

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $5 \cdot (0,7 - 0,2) + 0,5 = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 2$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = 10$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{16 - 3x} = 1$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 60%, un obiect costă 320 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(3,2)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul B este mijlocul segmentului AC .
- 5p** 6. Arătați că $5\cos 60^\circ - \sin 30^\circ + 4(\sin 60^\circ)^2 = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ -x & -2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(5)) = 21$.
- 5p** b) Arătați că $2A(-1) + A(5) = 3A(1)$.
- 5p** c) Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) \geq 0$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 - X - m$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real m .
- 5p** b) Pentru $m = -3$, arătați că 3 este rădăcină a polinomului f .
- 5p** c) Determinați numărul real m pentru care $(x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3)^2 + x_1 x_2 x_3 (x_1 + x_2 + x_3) = 1$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 1 + \frac{4}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că $6 \leq 2x^2 + \frac{4}{x} \leq 33$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1 + 2\ln x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - 2\ln x) dx = 2$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x) - x + 1}{x} dx = 1$.

-
- | | |
|-----------|--|
| 5p | c) Determinați numărul real a , știind că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x(f(x) + 1)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 3$ este egală cu $a + 27 \ln 3$. |
|-----------|--|
-

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$5 \cdot (0,7 - 0,2) + 0,5 = 5 \cdot 0,5 + 0,5 =$ $= 2,5 + 0,5 = 3$	2p 3p
2.	$f(m) = 6m - 2$, pentru orice număr real m $6m - 2 = 10$, de unde obținem $m = 2$	2p 3p
3.	$16 - 3x = 1$ $x = 5$, care convine	3p 2p
4.	$x + \frac{60}{100} \cdot x = 320$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	$a = 3$ $2 = \frac{0+b}{2}$, de unde obținem $b = 4$	2p 3p
6.	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $5 \cos 60^\circ - \sin 30^\circ + 4(\sin 60^\circ)^2 = 5 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{3}{4} = 5$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(5) = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(5)) = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -5 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-2) - 5 \cdot (-5) =$ $= -4 + 25 = 21$	3p 2p
b)	$A(-1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $2A(-1) + A(5) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & -6 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = 3A(1)$	3p 2p
c)	$A(-x) = \begin{pmatrix} 2 & -x \\ x & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2 = \begin{pmatrix} 4 & -4x \\ -4x & 4 \end{pmatrix}$, de unde obținem $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) = 16(1 - x^2)$, pentru orice număr real x $16(1 - x^2) \geq 0$, de unde obținem $x \in [-1, 1]$	3p 2p
2.a)	$f(1) = 1^3 + m \cdot 1^2 - 1 - m =$ $= 1 + m - 1 - m = 0$, pentru orice număr real m	3p 2p
b)	$f = X^3 - 3X^2 - X + 3 \Rightarrow f(3) = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 3 + 3 =$ $= 27 - 27 - 3 + 3 = 0$, deci 3 este rădăcină a polinomului f	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = -m$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$, $x_1x_2x_3 = m$, pentru orice număr real m	3p
	$1 - m^2 = 1$, de unde obținem $m = 0$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 4x - \frac{4}{x^2} =$ $= \frac{4x^3 - 4}{x^2} = \frac{4(x^3 - 1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$	3p
		2p
b)	$f(2) = 9$, $f'(2) = 7$ Ecuația tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$, adică $y = 7x - 5$	2p
		3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 1\right]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{4}, 1\right]$ și, pentru orice $x \in [1, 4]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, 4]$ Cum $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{121}{8}$, $f(1) = 5$, $f(4) = 32$, obținem $f(1) \leq f(x) \leq f(4)$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$, deci $6 \leq 2x^2 + \frac{4}{x} \leq 33$, pentru orice $x \in \left[\frac{1}{4}, 4\right]$	2p
		3p
2.a)	$\int_1^3 (f(x) - 2 \ln x) dx = \int_1^3 (x - 1) dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^3 - x \Big _1^3 =$ $= 4 - 2 = 2$	3p
		2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x) - x + 1}{x} dx = \int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = \int_1^e 2 \ln x \cdot (\ln x)' dx = \ln^2 x \Big _1^e =$ $= \ln^2 e - \ln^2 1 = 1$	3p
		2p
c)	$g(x) = 3x(x + 2 \ln x)$, $x \in (0, +\infty)$, deci $\mathcal{A} = \int_1^3 g(x) dx = x^3 \Big _1^3 + \int_1^3 (3x^2)' \cdot \ln x dx =$ $= 26 + 3x^2 \ln x \Big _1^3 - \frac{3x^2}{2} \Big _1^3 = 14 + 27 \ln 3$, deci $a + 27 \ln 3 = 14 + 27 \ln 3$, de unde obținem $a = 14$	3p
		2p