

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ cu $b_1 = 4$ și $b_2 = 8$. Calculați b_3 . |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 9$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(2x + 3) = \log_2(3x + 1)$. |
| 5p | 4. După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect a crescut cu 50 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(8,4)$ și $C(4,0)$. Demonstrați că $BM = CM$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 12$ și $BC = 13$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 1$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 \circ 1 = 3$. |
| 5p | 2. Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ x = 2$. |
| 5p | 3. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă. |
| 5p | 4. Determinați $x \in M$ pentru care $x \circ \frac{1}{x} = 3$. |
| 5p | 5. Determinați numerele naturale n pentru care $(n+1) \circ (n+1)$ este număr natural. |
| 5p | 6. Determinați $x \in (1, +\infty)$ pentru care $(\log_2 x) \circ (\log_x 2) = \frac{7}{2}$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 2 \\ 2 & a-6 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(6)) = -4$. |
| 5p | 2. Arătați că $A(3) \cdot A(1) = 19I_2$. |
| 5p | 3. Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 4. Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -20$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$. |

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Rația progresiei este $q = \frac{b_2}{b_1} = 2$ $b_3 = b_2 \cdot q = 16$	3p 2p
2.	$f(a) = 7a + 2$, pentru orice număr real a $7a + 2 = 9$, de unde obținem $a = 1$	2p 3p
3.	$2x + 3 = 3x + 1$ $x = 2$, care convine	3p 2p
4.	$\frac{25}{100} \cdot x = 50$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	$M(4, 4)$ $BM = 4$, $CM = 4$, deci $BM = CM$	2p 3p
6.	$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 5$ $P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 30$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1 \circ 1 = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + 1 =$ $= 1 + 1 + 1 = 3$	3p 2p
2.	$x \circ x = \frac{2}{x} + 1$, pentru orice $x \in M$ $\frac{2}{x} + 1 = 2$, de unde obținem $x = 2$, care convine	3p 2p
3.	$y \circ x = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + 1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 1 =$ $= x \circ y$, pentru orice $x \in M$ și $y \in M$, deci legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă	3p 2p
4.	$x \circ \frac{1}{x} = \frac{x^2 + x + 1}{x}$, pentru orice $x \in M$ $\frac{x^2 + x + 1}{x} = 3$, deci $x^2 - 2x + 1 = 0$, de unde obținem $x = 1$, care convine	2p 3p
5.	$(n+1) \circ (n+1) = \frac{2}{n+1} + 1$, pentru orice număr natural n $(n+1) \circ (n+1)$ este număr natural dacă $n+1$ este divizor natural al lui 2, de unde obținem $n = 0$ și $n = 1$, care convin	2p 3p

6.	$(\log_2 x) \circ (\log_x 2) = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_x 2} + 1$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$	2p
	$\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_x 2} + 1 = \frac{7}{2}$ și, cum $\frac{1}{\log_x 2} = \log_2 x$, obținem $\log_2 x = 2$ sau $\log_2 x = \frac{1}{2}$, de unde rezultă $x = 4$ sau $x = \sqrt{2}$, care convin	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(6) = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(6)) = \begin{vmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 8 \cdot 0 - 2 \cdot 2 =$	3p
	$= 0 - 4 = -4$	2p
2.	$A(3) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & 0 \\ 0 & 19 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 19 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 19I_2$	2p
3.	$A(a) + A(-a) = \begin{pmatrix} a+2 & 2 \\ 2 & a-6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a+2 & 2 \\ 2 & -a-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -12 \end{pmatrix} =$	3p
	$= 2 \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = 2A(0)$, pentru orice număr real a	2p
4.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a+2 & 2 \\ 2 & a-6 \end{vmatrix} = a^2 - 4a - 16$, pentru orice număr real a	3p
	$a^2 - 4a - 16 = -20$, de unde obținem $a = 2$	2p
5.	$A(a^2) - A(a) = \begin{pmatrix} a^2 - a & 0 \\ 0 & a^2 - a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	2p
	$\begin{pmatrix} a^2 - a & 0 \\ 0 & a^2 - a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $a = -1$ sau $a = 2$	3p
6.	$A(-1) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ 2x-7y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale	2p
	$\begin{pmatrix} x+2y \\ 2x-7y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 1$ și $y = -1$	3p