

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. d)
Informatică
Limbajul C/C++

Varianța 5

Filieră teoretică, profil real, specializare științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.
- Identificatorii utilizați în rezolvări trebuie să respecte precizările din enunț (**bold**), iar în lipsa unor precizări explicite, notațiile trebuie să corespundă cu semnificațiile asociate acestora (eventual în formă prescurtată). Datele de intrare se consideră corecte, validarea lor nefiind necesară.

SUBIECTUL I

(20 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii de la 1 la 5, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare răspuns corect se notează cu 4 puncte.

- Indicați expresia C/C++ care are cea mai mare valoare, comparativ cu celelalte trei expresii.
a. $20 \cdot 23 / (2 \cdot 2)$ b. $20 / 2 \cdot 23 / 2$ c. $(20 \cdot 23) / 2$ d. $(20 \cdot 23) / 2 \cdot 2$
- În secvența alăturată toate variabilele sunt întregi. Indicați expresia care poate înlocui punctele de suspensie astfel încât, în urma executării secvenței obținute, să se afișeze:
11001

```
n=19;  
while (n!=0)  
{ cout<<n%2; | printf("%d",n%2);  
  n=.....;  
}
```


a. **n*2** b. **n/2** c. **n+2** d. **n-2**
- Aplicând metoda căutării binare pentru a verifica dacă în tabloul unidimensional (**2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021, 2023**) există elementul cu valoarea **x**, aceasta a fost comparată cu trei elemente. Indicați două valori posibile ale lui **x**.
a. **2019, 2025** b. **2017, 2019** c. **2013, 2017** d. **2011, 2013**
- În secvențele de mai jos, toate variabilele sunt de tip întreg. Indicați secvența de instrucțiuni care inter schimbă valorile memorate în variabilele întregi **x** și **y**.
a. **x=x-y;**
 y=x+y;
 x=x+y;
b. **x=x-y;**
 y=x-y;
 x=x+y;
c. **y=x+y;**
 x=y-x;
 y=y-x;
d. **y=x+y;**
 x=x+y;
 y=y-x;
- Indicați un număr care poate fi memorat în variabila reală **x**, astfel încât expresia **ceil(x)-x<0.2** C/C++ alăturată să aibă valoarea 1.
a. **0.4** b. **1.16** c. **1.4** d. **1.84**

SUBIECTUL al II-lea

(40 de puncte)

1. Algoritmul alăturat este reprezentat în pseudocod.

S-a notat cu **a%b** restul împărțirii numărului natural **a** la numărul natural nenul **b** și cu **[c]** partea întreagă a numărului real **c**.

- Scrieți valoarea afișată dacă se citește numărul **6907512**. (6p.)
- Scrieți două valori distincte din intervalul **[100,999]** care pot fi citite astfel încât, în urma executării algoritmului, pentru fiecare dintre acestea, să se afișeze o valoare identică cu cea citită. (6p.)
- Scrieți programul C/C++ corespunzător algoritmului dat. (10p.)
- Scrieți în pseudocod un algoritm, echivalent cu cel dat, înlocuind structura **cât timp...execută** cu o structură repetitivă cu test final. (6p.)

```
citește x (număr natural)  
p ← 1; m ← -1  
cât timp p ≤ x execută  
  c ← [x/p] % 10  
  dacă c > m atunci  
    m ← c; p ← p * 10  
  altfel  
    x ← [x / (p * 10)] * p + x % p  
dacă m ≥ 0 atunci scrie x  
altfel scrie "nul"
```

- Scrieți un exemplu de valori distincte pentru **x**, **y** și **z**, astfel încât, în urma interclasării în ordine **crescătoare** a tablourilor **A=(2019, z, x, 29, 17)** și **B=(2000, 45, y, 32, 4)**, care nu au elemente comune, valorile **x**, **y** și **z** să ocupe poziții consecutive, în această ordine, în tabloul rezultat. (6p.)

3. O florărie achiziționează două soiuri de lalele. Pentru fiecare soi se memorează datele: **codul** (o literă mare a alfabetului englez) și prețul unui fir, în lei (număr natural). Variabilele **cod1** și **pret1** memorează datele primului soi, iar variabilele **cod2** și **pret2** memorează datele celui de al doilea soi. Pentru lalelele din fiecare soi se achită în total aceeași sumă, de câte 1000 de lei.

Declarați corespunzător variabilele **cod1** și **cod2** și scrieți o secvență de instrucțiuni C/C++ în urma executării căreia să se afișeze pe ecran, pentru fiecare soi, în ordine oarecare, pe linii separate, codul și numărul de fire achiziționate, ca în exemplu. Valorile afișate pe aceeași linie sunt separate printr-un spațiu.

Exemplu: dacă **cod1** memorează litera **A** și **pret1** memorează valoarea 5, **cod2** memorează litera **P** și **pret2** memorează valoarea 4, atunci se afișează pe ecran:

A 200

P 250

(6p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Un număr natural nenul, **n**, se numește număr **abundent** dacă $S(n) > n$, pentru orice număr natural nenul **k** ($k \leq n-1$), unde s-a notat cu $S(i)$ suma divizorilor pozitivi ai numărului natural nenul **i**. Se citește un număr natural, **n** ($n \geq 2$), și se cere să se scrie valoarea 1, dacă **n** este un număr abundent, sau valoarea 0, în caz contrar.

Scrieți, în pseudocod, algoritmul de rezolvare a problemei enunțate.

Exemplu: pentru **n=6**, se scrie 1 ($S(6)/6=2$), iar cel mai mare raport obținut pentru valori strict mai mici decât 6 este $S(4)/4=1.75$, iar pentru **n=7** sau **n=8**, se scrie 0 ($S(7)/7=1.14$, $S(8)/8=1.87$). (10p.)

2. Pentru a identifica punctele în care se concentrează apa în albia unui râu în cazul secetei, se determină talvegul acesteia – linia care unește punctele cele mai adânci ale albiei. În acest scop deocamdată s-au stabilit două secțiuni transversale pe cursul apei, și în cadrul fiecărei secțiuni s-a măsurat adâncimea apei în **np** puncte, numerotate începând de la 1. Din fiecare secțiune, în ordine, se include în talveg cel mai adânc punct al acesteia, iar dacă în secțiune sunt mai multe puncte aflate la aceeași adâncime, maximă, se va lua în considerare doar primul dintre ele, ca în exemplu.

Scrieți un program C/C++ care citește de la tastatură un număr natural, **np** ($np \in [1, 50]$), $2 \cdot np$ elemente ale unui tablou unidimensional, numere naturale din intervalul $[0, 10^2]$. Primele **np** valori corespund primei secțiuni, ultimele **np** valori corespund celei de a doua secțiuni, iar valorile memorate reprezintă adâncimile celor **np** puncte stabilite pentru acea secțiune, în ordinea numerotării lor. Programul afișează pe ecran, pentru fiecare secțiune, o pereche formată din numărul de ordine al secțiunii și numărul de ordine al punctului său care s-a inclus în talveg. Numerele din fiecare pereche sunt afișate separate prin câte un caracter : (două puncte), iar fiecare pereche este urmată de un spațiu.

Exemplu: pentru **np=4** și tabloul $(\underline{2}, \underline{4}, \underline{5}, \underline{3}), (\underline{1}, \underline{3}, \underline{2}, \underline{3})$, se afișează pe ecran valorile:

1:3 2:2

(10p.)

3. Un număr natural **x** este numit prefix al unui număr natural **y** dacă este egal cu **y** sau se obține din acesta prin eliminarea a cel puțin unei cifre de la dreapta sa, și este numit sufix al lui **y** dacă este egal cu **y** sau dacă se obține din acesta prin eliminarea a cel puțin unei cifre de la stânga sa.

Exemplu: 15 este prefix pentru 154 sau 1521, și este sufix pentru 3415 sau 5115.

Fișierul **bac.txt** conține maximum 10^6 numere naturale din intervalul $[10^2, 10^3]$, separate prin câte un spațiu. Se cere să se afișeze pe ecran numărul valorilor de două cifre care apar de același număr de ori ca sufix, respectiv ca prefix al numerelor din șirul aflat în fișier. Proiectați un algoritm eficient din punctul de vedere al timpului de executare.

Exemplu: dacă fișierul are conținutul

342 164 234 534 111 312 908 807 345 342 716 834 102 310

se afișează pe ecran: 4 (pentru valorile 10, 11, 16, 34).

a. Descrieți în limbaj natural algoritmul proiectat, justificând eficiența acestuia. (2p.)

b. Scrieți programul C/C++ corespunzător algoritmului proiectat. (8p.)

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. d)
Informatică
Limbajul Pascal

Varianta 5

Filieră teoretică, profil real, specializare științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.
- Identificatorii utilizați în rezolvări trebuie să respecte precizările din enunț (**bold**), iar în lipsa unor precizări explicite, notațiile trebuie să corespundă cu semnificațiile asociate acestora (eventual în formă prescurtată). Datele de intrare se consideră corecte, validarea lor nefiind necesară.

SUBIECTUL I

(20 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii de la 1 la 5, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare răspuns corect se notează cu 4 puncte.

- Indicați expresia Pascal care are cea mai mare valoare, comparativ cu celelalte trei expresii.
a. $20 * 23 \text{ div } (2 * 2)$ b. $20 \text{ div } 2 * 23 \text{ div } 2$ c. $(20 * 23) \text{ div } 2$ d. $(20 * 23) \text{ div } 2 * 2$
- În secvența alăturată toate variabilele sunt întregi. Indicați expresia care poate înlocui punctele de suspensie astfel încât, în urma executării secvenței obținute, să se afișeze:
11001
a. $n * 2$ b. $n \text{ div } 2$ c. $n + 2$ d. $n - 2$

```
n:=19;
while n<>0 do
begin write(n%2);
      n:=.....
end;
```
- Aplicând metoda căutării binare pentru a verifica dacă în tabloul unidimensional **(2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021, 2023)** există elementul cu valoarea **x**, aceasta a fost comparată cu trei elemente. Indicați două valori posibile ale lui **x**.
a. **2019, 2025** b. **2017, 2019** c. **2013, 2017** d. **2011, 2013**
- În secvențele de mai jos, toate variabilele sunt de tip întreg. Indicați secvența de instrucțiuni care inter schimbă valorile memorate în variabilele întregi **x** și **y**.
a. **x:=x-y;**
 y:=x+y;
 x:=x+y; b. **x:=x-y;**
 y:=x-y;
 x:=x+y; c. **y:=x+y;**
 x:=y-x;
 y:=y-x; d. **y:=x+y;**
 x:=x+y;
 y:=y-x;
- Indicați un număr care poate fi memorat în variabila reală **x**, astfel încât expresia **round(x)-x>0** Pascal alăturată să aibă valoarea **true**.
a. **0.4** b. **1.16** c. **1.4** d. **1.84**

SUBIECTUL al II-lea

(40 de puncte)

1. Algoritmul alăturat este reprezentat în pseudocod.

S-a notat cu **a%b** restul împărțirii numărului natural **a** la numărul natural nenul **b**, și cu **[c]** partea întreagă a numărului real **c**.

- Scrieți valoarea afișată dacă se citește numărul **6907512**. (6p.)
- Scrieți două valori distincte din intervalul **[100, 999]** care pot fi citite astfel încât, în urma executării algoritmului, pentru fiecare dintre acestea, să se afișeze o valoare identică cu cea citită. (6p.)
- Scrieți programul Pascal corespunzător algoritmului dat. (10p.)
- Scrieți în pseudocod un algoritm, echivalent cu cel dat, înlocuind structura **cât timp...execută** cu o structură repetitivă cu test final. (6p.)

```
citește x (număr natural)
p←1; m← -1
cât timp p≤x execută
  c←[x/p]%10
  dacă c>m atunci
    m←c; p←p*10
  altfel
    x←[x/(p*10)]*p+x%p
dacă m≥0 atunci scrie x
altfel scrie "nul"
```

- Scrieți un exemplu de valori distincte pentru **x**, **y** și **z**, astfel încât, în urma interclasării în ordine **crescătoare** a tablourilor **A=(2019, z, x, 29, 17)** și **B=(2000, 45, y, 32, 4)**, care nu au elemente comune, valorile **x**, **y** și **z** să ocupe poziții consecutive, în această ordine, în tabloul rezultat. (6p.)

3. O florărie achiziționează două soiuri de lalele. Pentru fiecare soi se memorează datele: **cod1** (o literă mare a alfabetului englez) și prețul unui fir, în lei (număr natural). Variabilele **cod1** și **pret1** memorează datele primului soi, iar variabilele **cod2** și **pret2** memorează datele celui de al doilea soi. Pentru lalelele din fiecare soi se achită în total aceeași sumă, de câte 1000 de lei.

Declarați corespunzător variabilele **cod1** și **cod2** și scrieți o secvență de instrucțiuni Pascal în urma executării căreia să se afișeze pe ecran, pentru fiecare soi, în ordine oarecare, pe linii separate, codul și numărul de fire achiziționate, ca în exemplu. Valorile afișate pe aceeași linie sunt separate printr-un spațiu.

Exemplu: dacă **cod1** memorează litera **A** și **pret1** memorează valoarea 5, **cod2** memorează litera **P** și **pret2** memorează valoarea 4, atunci se afișează pe ecran:

A 200

P 250

(6p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Un număr natural nenul, **n**, se numește număr **abundent** dacă $S(n) > n$, pentru orice număr natural nenul **k** ($k \leq n-1$), unde s-a notat cu $S(i)$ suma divizorilor pozitivi ai numărului natural nenul **i**. Se citește un număr natural, **n** ($n \geq 2$), și se cere să se scrie valoarea 1, dacă **n** este un număr abundent, sau valoarea 0, în caz contrar.

Scrieți, în pseudocod, algoritmul de rezolvare a problemei enunțate.

Exemplu: pentru **n=6**, se scrie 1 ($S(6)/6=2$), iar cel mai mare raport obținut pentru valori strict mai mici decât 6 este $S(4)/4=1.75$, iar pentru **n=7** sau **n=8**, se scrie 0 ($S(7)/7=1.14$, $S(8)/8=1.87$). (10p.)

2. Pentru a identifica punctele în care se concentrează apa în albia unui râu în cazul secetei, se determină talvegul acesteia – linia care unește punctele cele mai adânci ale albiei. În acest scop deocamdată s-au stabilit două secțiuni transversale pe cursul apei, și în cadrul fiecărei secțiuni s-a măsurat adâncimea apei în **np** puncte, numerotate începând de la 1. Din fiecare secțiune, în ordine, se include în talveg cel mai adânc punct al acesteia, iar dacă în secțiune sunt mai multe puncte aflate la aceeași adâncime, maximă, se va lua în considerare doar primul dintre ele, ca în exemplu.

Scrieți un program Pascal care citește de la tastatură un număr natural, **np** ($np \in [1, 50]$), $2 \cdot np$ elemente ale unui tablou unidimensional, numere naturale din intervalul $[0, 10^2]$. Primele **np** valori corespund primei secțiuni, ultimele **np** valori corespund celei de a doua secțiuni, iar valorile memorate reprezintă adâncimile celor **np** puncte stabilite pentru acea secțiune, în ordinea numerotării lor. Programul afișează pe ecran, pentru fiecare secțiune, o pereche formată din numărul de ordine al secțiunii și numărul de ordine al punctului său care s-a inclus în talveg. Numerele din fiecare pereche sunt afișate separate prin câte un caracter : (două puncte), iar fiecare pereche este urmată de un spațiu.

Exemplu: pentru **np=4** și tabloul $(\underline{2}, \underline{4}, \underline{5}, \underline{3}), (\underline{1}, \underline{3}, \underline{2}, \underline{3})$, se afișează pe ecran valorile:

1:3 2:2

(10p.)

3. Un număr natural **x** este numit prefix al unui număr natural **y** dacă este egal cu **y** sau se obține din acesta prin eliminarea a cel puțin unei cifre de la dreapta sa, și este numit sufix al lui **y** dacă este egal cu **y** sau dacă se obține din acesta prin eliminarea a cel puțin unei cifre de la stânga sa.

Exemplu: 15 este prefix pentru 154 sau 1521, și este sufix pentru 3415 sau 5115.

Fișierul **bac.txt** conține maximum 10^6 numere naturale din intervalul $[10^2, 10^3]$, separate prin câte un spațiu. Se cere să se afișeze pe ecran numărul valorilor de două cifre care apar de același număr de ori ca sufix, respectiv ca prefix al numerelor din șirul aflat în fișier. Proiectați un algoritm eficient din punctul de vedere al timpului de executare.

Exemplu: dacă fișierul are conținutul

342 164 234 534 111 312 908 807 345 342 716 834 102 310

se afișează pe ecran: 4 (pentru valorile 10, 11, 16, 34).

a. Descrieți în limbaj natural algoritmul proiectat, justificând eficiența acestuia. (2p.)

b. Scrieți programul Pascal corespunzător algoritmului proiectat. (8p.)

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. d)
Informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
(comun pentru limbajele C/C++ și Pascal)

Varianța 5

Filieră teoretică, profil real, specializare științe ale naturii

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor.
- Nu se acordă punctaje intermediare, altele decât cele precizate explicit în barem. Nu se acordă fracțiuni de punct.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.
- Utilizarea unui tip de date care depășește domeniul de valori precizat în enunț (de exemplu tipuri întregi cu semn pentru memorarea numerelor naturale, dimensiune a tablourilor) este acceptată din punctul de vedere al corectitudinii programului, dacă acest lucru nu afectează funcționarea sa.

SUBIECTUL I (20 de puncte)

1d 2b 3a 4c 5d	5x4p.
----------------	-------

SUBIECTUL al II - lea (40 de puncte)

1.	a. Răspuns corect: 9752	6p.	
	b. Pentru răspuns corect	6p.	Se acordă câte 3p. pentru fiecare dintre cele două numere conform cerinței (oricare numere din intervalul cerut, cu cifre în ordine strict descrescătoare).
	c. Pentru program corect - variabile declarate, conform cerinței - date citite, conform cerinței - date afișate, conform cerinței - instrucțiune repetitivă, conform cerinței - instrucțiuni de decizie, conform cerinței (*) - atribuirii, conform cerinței - corectitudine globală a programului ¹⁾	10p. 1p. 1p. 1p. 2p. 3p. 1p. 1p.	(*) Se acordă numai 2p. dacă doar una dintre instrucțiunile de decizie este conform cerinței.
	d. Pentru algoritm pseudocod corect - structură repetitivă de tipul cerut (*) - aspecte specifice ale secvenței obținute prin înlocuire, conform cerinței (**) - algoritm complet, corectitudine globală a algoritmului ¹⁾	6p. 2p. 3p. 1p.	(*) Se acordă punctajul chiar dacă algoritmul obținut nu este echivalent cu cel dat. Se va puncta orice formă de structură repetitivă conform cerinței (repetă...până când, repetă...cât timp, execută...cât timp, repeat ...until etc.). (**) Se acordă numai 2p. dacă doar unul dintre aspectele specifice (expresie logică pentru test final, echivalentă pentru cazul $x=0$) este conform cerinței.
2.	Pentru răspuns corect	6p.	Se acordă câte 2p. pentru fiecare dintre cele 3 valori conform cerinței ($32 < x < y < z < 45$).
3.	Pentru rezolvare corectă - variabile declarate, conform cerinței - date determinate, conform cerinței (*) - afișare în formatul cerut - corectitudine globală a secvenței ¹⁾	6p. 2p. 2p. 1p. 1p.	(*) Se acordă câte 1p. pentru fiecare aspect specific (corelare literă – preț - soi, determinare a numărului de fire) conform cerinței.

SUBIECTUL al III - lea (30 de puncte)

1.	Pentru algoritm corect - date citite, conform cerinței - proprietate verificată, conform cerinței (*) - date scrise, conform cerinței - structuri de control scrise principal corect, corectitudine globală a algoritmului ¹⁾ (**)	10p. 1p. 6p. 1p. 2p.	(*) Se acordă câte 1p. pentru fiecare aspect specific (identificare a unui divizor al unui număr, algoritm de bază pentru calculul sumei unei serii de valori, divizori suport însumați, împărțire reală pentru raport, algoritm principal corect de verificare a unei proprietăți, numere suport verificate) conform cerinței. (**) Se va puncta orice formă explicită de structură repetitivă sau decizională.
----	--	---	---

2. Pentru program corect - variabilă de tip tablou unidimensional, declarată conform cerinței - date citite conform cerinței - valori cu proprietatea cerută determinate (*) - date afișate în format conform cerinței - variabile simple declarate conform cerinței, corectitudine globală a programului¹⁾	10p. (*) Se acordă câte 2p. pentru fiecare aspect specific (algoritm de bază pentru determinare a valorii maxime dintr-o serie de valori, determinare a poziției unui maxim într-o serie de valori, valori suport verificate pentru determinarea unui maxim pentru fiecare secțiune) conform cerinței. 1p. 1p. 6p. 1p. 1p.
3. a. Pentru răspuns corect - descriere coerentă a algoritmului, conform cerinței (*) - elemente de eficiență justificate, conform cerinței b. Pentru program corect - operații cu fișiere: declarare, pregătire în vederea citirii, citire din fișier - valoare determinate, conform cerinței (*),(**) - eficiență a algoritmului, conform cerinței (***) - variabile declarate, afișare a datelor conform cerinței, corectitudine globală a programului¹⁾	2p. (*) Se acordă punctajul chiar dacă algoritmul ales nu este eficient. 1p. (**) Se acordă numai 3p. dacă algoritmul este principal corect, dar nu oferă rezultatul cerut pentru toate seturile de date de intrare. 1p. 8p. (***) Se acordă punctajul numai pentru un algoritm liniar. O soluție posibilă utilizează doi vectori de frecvență, pf și sf, în care pf[i] memorează numărul de apariții ale prefixului i în numerele din fișier, iar sf[i] memorează numărul de apariții ale sufixului i în numerele din fișier. Pe parcursul citirii datelor, se determină, pentru fiecare număr x citit, sufixul ($x \% 100$), respectiv prefixul ($\lfloor x / 10 \rfloor$) și se actualizează corespunzător cei doi vectori de frecvență. După citirea tuturor numerelor se contorizează toate valorile $x \in [10, 99]$ pentru care $\text{sf}[x] = \text{pf}[x]$ și $\text{sf}[x] \neq 0$. 1p. 5p. 1p. 1p.

¹⁾ Corectitudinea globală vizează structura, sintaxa, alte aspecte neprecizate în barem.