

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3 \cdot (2,9 - 1,7) + 0,4 = 4$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Determinați numărul real m pentru care $f(0) + f(m) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{3x+6} = 6$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este de 500 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 30%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,4)$, $N(2,8)$ și $P(4,0)$. Determinați distanța dintre mijlocul segmentului MP și punctul N .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 10$ și $2BC = 5AB$. Arătați că $AC = 2\sqrt{21}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-1 \\ x+1 & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Arătați că $2A(1) + A(7) = 3A(3)$.
- 5p c) Determinați numerele reale x și y pentru care $(A(x) - (2x+1)I_2) \cdot A(2) = yI_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - xy + 1$.
- 5p a) Arătați că $2 * 3 = 0$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $x * 5 = 10$.
- 5p c) Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N = \frac{3}{n} * (3+n)$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{x} - 1 + 3 \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{3(x-1)}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.
- 5p c) Demonstrați că $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 3 - 6\sqrt{x}$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - 3 + 6\sqrt{x}) dx = 6$.
- 5p b) Arătați că $\int_1^4 \frac{4x - f(x)}{\sqrt{x}} dx = 12$.

5p	c) Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) \cdot \sqrt{x}$ este convexă.
-----------	--

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3 \cdot (2,9 - 1,7) + 0,4 = 3 \cdot 1,2 + 0,4 =$ $= 3,6 + 0,4 = 4$	2p 3p
2.	$f(0) = -1$, $f(m) = 2m - 1$, pentru orice număr real m $-1 + 2m - 1 = 0$, de unde obținem $m = 1$	3p 2p
3.	$3x + 6 = 36$ $x = 10$, care convine	3p 2p
4.	$\frac{30}{100} \cdot 500 = 150$ Prețul obiectului după scumpire este $500 + 150 = 650$ de lei	3p 2p
5.	Mijlocul segmentului MP este punctul $Q(2,2)$ $QN = 6$	2p 3p
6.	$AB = 4$ $AC^2 = 10^2 - 4^2 = 84$, de unde obținem $AC = 2\sqrt{21}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 0 \cdot 2 =$ $= 2 - 0 = 2$	3p 2p
b)	$A(7) = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$, $2A(1) + A(7) = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 12 & 12 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = 3A(3)$	3p 2p
c)	$A(x) - (2x+1)I_2 = \begin{pmatrix} -x-1 & x-1 \\ x+1 & -x \end{pmatrix}$, $(A(x) - (2x+1)I_2) \cdot A(2) = \begin{pmatrix} x-5 & 2x-4 \\ -x+2 & -2x+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} x-5 & 2x-4 \\ -x+2 & -2x+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 2$ și $y = -3$	3p 2p
2.a)	$2 * 3 = 2 + 3 - 2 \cdot 3 + 1 =$ $= 2 + 3 - 6 + 1 = 0$	3p 2p
b)	$x * 5 = -4x + 6$, pentru orice număr real x $-4x + 6 = 10$, de unde obținem $x = -1$	3p 2p
c)	$N = \frac{3}{n} * (3+n) = -\frac{6}{n} + n + 1$, pentru orice număr natural nenul n N și n sunt numere naturale, de unde obținem $n = 2$, $n = 3$ și $n = 6$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3\left(-\frac{1}{x^2}\right) + 3 \cdot \frac{1}{x} =$ $= \frac{3x-3}{x^2} = \frac{3(x-1)}{x^2}, \quad x \in (0, +\infty)$	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{x'} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3(x-1)}{x^2} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} 3\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) = 0$	3p
		2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$; pentru orice $x \in (0, 1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(0, 1]$ și, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$ $f(x) \geq f(1)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ și, cum $f(1) = 2$, obținem $f(x) \geq 2$, deci $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	2p
		3p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - 3 + 6\sqrt{x}) dx = \int_1^2 4x dx = 2x^2 \Big _1^2 =$ $= 8 - 2 = 6$	3p
		2p
b)	$\int_1^4 \frac{4x - f(x)}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \frac{-3 + 6\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \left(\frac{-3}{\sqrt{x}} + 6\right) dx = -6\sqrt{x} \Big _1^4 + 6x \Big _1^4 =$ $= -6 + 18 = 12$	3p
		2p
c)	$G'(x) = g(x), \quad x \in (0, +\infty); \quad G''(x) = g'(x) = 4\sqrt{x} + (4x+3) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - 6 =$ $= \frac{12x - 12\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x}} = \frac{3(2\sqrt{x} - 1)^2}{2\sqrt{x}} \geq 0, \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty), \text{ de unde rezultă că } G \text{ este}$	3p
	convexă	2p