

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_1 = 10$ și $a_2 = 18$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$. Arătați că $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3-x} = 7^{4x-2}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20 - 2n < 15$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $M(2,4)$ și $B(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 15$ și măsura unghiului B egală cu 30° . Arătați că $BC = 10\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(4)) = 5$.
- 5p** b) Arătați că $2A(1) + A(4) = 3A(2)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-x) \cdot A(x) = A(y)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (4-x)(4-y) + 2$.
- 5p** a) Arătați că $0 * 3 = 6$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $2 * x = 2$.
- 5p** c) Determinați perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m) * (2n+1) = 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 1$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = 12x(x+1)(x-2)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $3x^4 + 5 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + xe^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^4 (f(x) - xe^x) dx = 12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = 1$.
- 5p** c) Se consideră funcția $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătați că volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{e+2}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$r = a_2 - a_1 = 8$, unde r este rația progresiei aritmetice $a_3 = 18 + 8 = 26$	3p 2p
2.	$f(4) = 6$, $f(3) = 4$, $f(2) = 2$ $f(4) - f(3) - f(2) = 6 - 4 - 2 = 0$	3p 2p
3.	$3 - x = 4x - 2$ $x = 1$	3p 2p
4.	Mulțimea numerelor naturale de o cifră are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de o cifră sunt 7 numere n pentru care $20 - 2n < 15$, deci sunt 7 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{7}{10}$	2p 3p
5.	$\frac{1+a}{2} = 2$, $\frac{1+b}{2} = 4$ $a = 3$ și $b = 7$	3p 2p
6.	$\cos B = \frac{AB}{BC}$, deci $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{BC}$ $BC = \frac{2 \cdot 15}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(4) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(4)) = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 - 1 \cdot 3 =$ $= 8 - 3 = 5$	3p 2p
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $2A(1) + A(4) = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 3A(2)$	3p 2p
c)	$A(-x) = \begin{pmatrix} -x & 1 \\ -x-1 & 2 \end{pmatrix}$, $A(-x) \cdot A(x) = \begin{pmatrix} -x^2+x-1 & -x+2 \\ -x^2+x-2 & -x+3 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} -x^2+x-1 & -x+2 \\ -x^2+x-2 & -x+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y & 1 \\ y-1 & 2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = 1$ și $y = -1$	3p 2p
2.a)	$0 * 3 = (4 - 0)(4 - 3) + 2 =$ $= 4 + 2 = 6$	3p 2p
b)	$2 * x = -2x + 10$, pentru orice număr real x $-2x + 10 = 2$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p

c)	$(2m) * (2n+1) = (4-2m)(3-2n) + 2$	2p
	$(4-2m)(3-2n) = 8$ și, cum m și n sunt numere întregi, obținem perechile $(-2,1)$ și $(6,2)$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x =$	3p
	$= 12x(x^2 - x - 2) = 12x(x+1)(x-2), x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$f(0) = -1, f'(0) = 0$	2p
	Ecuatia tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = -1$	3p
c)	Pentru $x \in (-\infty, 0]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 0$; pentru orice $x \in (-\infty, -1]$, $f'(x) \leq 0$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty, -1]$ și, pentru orice $x \in [-1, 0]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-1, 0]$	3p
	$f(x) \geq f(-1)$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$ și, cum $f(-1) = -6$, obținem $3x^4 + 5 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x \in (-\infty, 0]$	2p
2.a)	$\int_0^4 (f(x) - xe^x) dx = \int_0^4 (x+1) dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^4 + x \Big _0^4 =$	3p
	$= 8 + 4 = 12$	2p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x - 1) dx = \int_0^1 x(e^x)' dx = xe^x \Big _0^1 - e^x \Big _0^1 =$	3p
	$= e - e + 1 = 1$	2p
c)	$V = \pi \int_0^1 (g(x))^2 dx = \pi \int_0^1 \frac{f'(x)}{(f(x))^2} dx = \pi \cdot \left(-\frac{1}{f(x)} \right) \Big _0^1 =$	3p
	$= \pi \left(-\frac{1}{e+2} + 1 \right) = \frac{\pi(e+1)}{e+2}$	2p