

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{8}{3} - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x + 5$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = 26$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x-1} = 3^{5-x}$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 65%, un obiect costă 70 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(8,6)$ și C , mijlocul segmentului OB . Determinați distanța dintre punctele A și C .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 6 \cdot AB$ și aria egală cu 12. Arătați că $AB = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 2x & x+4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $3A(3) - A(1) = 2A(4)$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $A(0) \cdot A(x) \cdot A(0) = 4xA(0)$.
- 5p** 2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 4X^2 + aX - 2$, unde a este număr real.
- 5p** a) Pentru $a = 5$, arătați că $f(1) = 0$.
- 5p** b) Pentru $a = 3$, arătați că $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 = 8$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p** c) Se consideră polinoamele $g = X - 3$ și $h = X + 2$. Determinați numărul real a pentru care restul împărțirii polinomului f la g este egal cu restul împărțirii polinomului g la h .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+6}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x+3)(2-x)}{(x^2+6)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot f(x)) = 2$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = a$, situat pe graficul funcției f , are panta egală cu 0.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: (-4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{x+4}}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 f(x) \cdot \sqrt{x+4} dx = 8$.

- | | |
|----|--|
| 5p | b) Arătați că $\int_5^{12} \frac{1}{2x} \cdot f(x) dx = 4$. |
| 5p | c) Se consideră $a \in (0, +\infty)$ și funcția $g : [a, a+8] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{4\sqrt{x}}$. Determinați $a \in (0, +\infty)$ pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției g în jurul axei Ox este egal cu $4\pi(2 - \ln 2)$. |

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{8}{3} - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{8}{3} - 2 \cdot \frac{5}{6} =$ $= \frac{8}{3} - \frac{5}{3} = 1$	3p 2p
2.	$f(m) = 7m + 5$, pentru orice număr real m $7m + 5 = 26$, de unde obținem $m = 3$	3p 2p
3.	$2x - 1 = 5 - x$ $x = 2$	3p 2p
4.	$x - \frac{65}{100} \cdot x = 70$, unde x este prețul înainte de ieftinire $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	$C(4, 3)$ $AC = 3$	2p 3p
6.	$\frac{6 \cdot AB \cdot AB}{2} = 12$ $AB^2 = \frac{2 \cdot 12}{6} = 4$, de unde obținem $AB = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 2 \cdot 2 =$ $= 5 - 4 = 1$	3p 2p
b)	$A(3) = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$, $3A(3) - A(1) = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 16 & 16 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} = 2A(4)$	3p 2p
c)	$A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $A(0) \cdot A(x) \cdot A(0) = (8x + 16)A(0)$, pentru orice număr real x $(8x + 16)A(0) = 4xA(0)$, de unde obținem $8x + 16 = 4x$, deci $x = -4$	3p 2p
2.a)	$f = X^3 - 4X^2 + 5X - 2 \Rightarrow f(1) = 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 2 =$ $= 1 - 4 + 5 - 2 = 0$	3p 2p
b)	$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = 3$, $x_1x_2x_3 = 2$ $x_1x_2x_3 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 = x_1x_2x_3 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = 2 + 2 \cdot 3 = 8$	2p 3p
c)	$g(-2) = -5$, $f(3) = 3a - 11$, pentru orice număr real a $3a - 11 = -5$, de unde obținem $a = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{2(x^2 + 6) - (2x + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 6)^2} =$ $= \frac{-2x^2 - 2x + 12}{(x^2 + 6)^2} = \frac{2(x + 3)(2 - x)}{(x^2 + 6)^2}, x \in \mathbb{R}$	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot f(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2x + 1)}{x^2 + 6} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(2 + \frac{1}{x}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{6}{x^2}\right)} =$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x^2}} = 2$	3p
		2p
c)	Tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = a$, situat pe graficul funcției f, are panta egală cu $0 \Leftrightarrow f'(a) = 0$ $\frac{2(a + 3)(2 - a)}{(a^2 + 6)^2} = 0 \Leftrightarrow a = -3 \text{ sau } a = 2$	2p
		3p
2.a)	$\int_0^2 f(x) \cdot \sqrt{x + 4} dx = \int_0^2 4x dx = 2x^2 \Big _0^2 =$ $= 8 - 0 = 8$	3p
		2p
b)	$\int_5^{12} \frac{1}{2x} \cdot f(x) dx = \int_5^{12} \frac{4}{2\sqrt{x + 4}} dx = 4 \int_5^{12} \frac{(x + 4)'}{2\sqrt{x + 4}} dx = 4\sqrt{x + 4} \Big _5^{12} =$ $= 16 - 12 = 4$	3p
		2p
c)	$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + 4}}, x \in [a, a + 8], \text{ deci } V = \pi \int_a^{a+8} (g(x))^2 dx = \pi \int_a^{a+8} \left(1 - \frac{4}{x + 4}\right) dx =$ $= \pi \left(x - 4 \ln(x + 4)\right) \Big _a^{a+8} = \pi \left(8 - 4 \ln \frac{a + 12}{a + 4}\right)$ $4\pi \left(2 - \ln \frac{a + 12}{a + 4}\right) = 4\pi(2 - \ln 2), \text{ de unde obținem } a = 4, \text{ care convine}$	3p
		2p