

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3i(2+i) + 2(2-3i) = 1$, unde $i^2 = -1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$. Determinați numărul real a pentru care $a + f(a-1) + f(a+1) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{2} \log_2(6x-8) = \log_2 x$.
- 5p 4. Se consideră mulțimea $A = \{3, 6, 9, \dots, 60\}$. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A , acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, 2)$, $B(a, 0)$ și $C(1, b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b pentru care $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA}$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 6$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $6\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2a-1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -a \\ 0 & 2 & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(3)) = 0$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(a) = (2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p c) Se consideră matricea $B(n) = A(n) + nI_3$, unde n este număr natural. Determinați numărul natural n pentru care $A(n) \cdot B(n) = 2n^2 A(n)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^4 - X^3 + aX^2 + bX - 6$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p a) Pentru $a = 4$ și $b = 0$, arătați că $f(-1) = 0$.
- 5p b) Pentru $a = b = 1$, determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - X + 1$.
- 5p c) Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care două dintre rădăcinile polinomului f sunt numere opuse.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{2x^2 + 1} - 3\ln(2x^2 + 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x(\sqrt{2x^2 + 1} - 3)}{2x^2 + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții, pentru orice $m \in (2, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x+2}$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x+2} \right) dx = 15$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{4 \ln x}{f(x) - 4x^3} dx = e^2 + 9$.

5p c) Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g : (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$,
 $g(x) = f(e^x) - 4e^{3x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$ este egală cu $\frac{1}{2} \ln \frac{3e}{e+2}$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3i(2+i) + 2(2-3i) = 6i + 3i^2 + 4 - 6i =$ $= -3 + 4 = 1$	3p 2p
2.	$f(a-1) = 2a-7$, $f(2a+1) = 2a-3$, pentru orice număr real a $a+2a-7+2a-3=0$, de unde obținem $a=2$	2p 3p
3.	$\log_2(6x-8) = \log_2 x^2$, de unde obținem $x^2 - 6x + 8 = 0$ $x=2$ sau $x=4$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea A are 20 de elemente, deci sunt 20 de cazuri posibile În mulțimea A sunt 4 numere divizibile cu 5, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	2p 3p
5.	$\overrightarrow{OA} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$, deci punctul A este mijlocul segmentului BC $\frac{a+1}{2} = 2$, $\frac{0+b}{2} = 2$, de unde obținem $a=3$ și $b=4$	2p 3p
6.	$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB}$, deci $\sqrt{3} = \frac{6}{AB}$, de unde obținem $AB = 2\sqrt{3}$ $\mathcal{A}_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 6}{2} = 6\sqrt{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(3) = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(3)) = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix} =$ $= -30 + 0 + 0 - 0 + 30 - 0 = 0$	2p 3p
b)	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} (2a-1)^2 & 4a-2 & 2a-1 \\ 0 & 1-2a & a-2a^2 \\ 0 & -2+4a & -2a+4a^2 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} (2a-1)^2 & 2(2a-1) & 2a-1 \\ 0 & -(2a-1) & -a(2a-1) \\ 0 & 2(2a-1) & 2a(2a-1) \end{pmatrix} = (2a-1)A(a)$, pentru orice număr real a	3p 2p
c)	$A(n) \cdot B(n) = (3n-1)A(n)$, pentru orice număr natural n $(3n-1)A(n) = 2n^2 A(n)$ și, cum n este număr natural, obținem $n=1$	3p 2p

2.a)	$f = X^4 - X^3 + 4X^2 - 6 \Rightarrow f(-1) = (-1)^4 - (-1)^3 + 4(-1)^2 - 6 =$ $= 1 + 1 + 4 - 6 = 0$	3p 2p
b)	$f = X^4 - X^3 + X^2 + X - 6 = (X^2 - X + 1)X^2 + X - 6$, deci câtul împărțirii este X^2 Restul este $X - 6$	3p 2p
c)	$x_2 = -x_1$, deci $f(x_1) = f(-x_1) = 0$, de unde rezultă $f(x_1) + f(-x_1) = 0$ și $f(x_1) - f(-x_1) = 0$, de unde obținem $x_1^4 + ax_1^2 - 6 = 0$ și $x_1^3 - bx_1 = 0$ Cum $x_1 \neq 0$, obținem $b = x_1^2$, deci $b(a+b) = 6$ și, cum a și b sunt numere naturale, rezultă că perechile sunt $(1,2)$ și $(5,1)$, care convin	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{4x}{\sqrt{2x^2+1}} - 3 \cdot \frac{4x}{2x^2+1} =$ $= \frac{4x\sqrt{2x^2+1} - 12x}{2x^2+1} = \frac{4x(\sqrt{2x^2+1} - 3)}{2x^2+1}, x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f(0) = 2, f'(0) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = 2$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ sau $x = 0$ sau $x = 2$; pentru orice $x \in (-\infty, -2)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare pe $(-\infty, -2)$; pentru orice $x \in [-2, 0]$, $f'(x) \geq 0$, deci f este crescătoare pe $[-2, 0]$; pentru orice $x \in [0, 2]$, $f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $[0, 2]$; pentru orice $x \in (2, +\infty)$, $f'(x) > 0$, deci f este strict crescătoare pe $(2, +\infty)$ Cum $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $f(0) = 2$ și f este continuă, obținem că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții pentru orice $m \in (2, +\infty)$	2p 3p
2.a)	$\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x+2} \right) dx = \int_1^2 4x^3 dx = x^4 \Big _1^2 =$ $= 16 - 1 = 15$	3p 2p
b)	$\int_1^e \frac{4 \ln x}{f(x) - 4x^3} dx = \int_1^e (4x + 8) \ln x dx = \int_1^e (2x^2 + 8x)' \ln x dx = (2x^2 + 8x) \ln x \Big _1^e - \int_1^e (x^2 + 8x) dx =$ $= 2e^2 + 8e - e^2 - 8e + 9 = e^2 + 9$	3p 2p
c)	$g(x) = \frac{1}{e^x + 2}, x \in (-2, +\infty) \Rightarrow \mathcal{A} = \int_0^1 g(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(1 - \frac{e^x}{e^x + 2} \right) dx = \frac{1}{2} \left(x \Big _0^1 - \ln(e^x + 2) \Big _0^1 \right) =$ $= \frac{1}{2} \left(1 - \ln \frac{e+2}{3} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{3e}{e+2}$	3p 2p