

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)-3\sqrt{2}+2=4$. |
| 5p | 2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4x-3}=2^{2-x}$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, numărul $2n+1$ să aparțină mulțimii A . |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$. Calculați aria triunghiului AOB . |
| 5p | 6. Arătați că $(\sin 60^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 60^\circ - \sin 30^\circ) = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy - 2(x + y - 1)$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 \circ 2 = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | 3. Determinați numărul real x pentru care $(x \circ 2) + (x \circ 3) = 5$. |
| 5p | 4. Determinați numerele naturale n pentru care $(3n+1) \circ 1 < 7$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $x \circ y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(y - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 6. Arătați că $\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3} \circ \frac{3}{4} \circ \frac{4}{5} = \frac{2}{3}$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(1)) = 1$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $I_2 + A(a-1) = A(a)$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = a$. |
| 5p | 4. Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot A(1) = A(2)$. |
| 5p | 6. Demonstrați că $\det(A(a) + I_2) \geq 0$, pentru orice număr real a . |

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Variantă 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)-3\sqrt{2}+2=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2=$ $=2+2=4$	2p 3p
2.	$f(m)=3m+2$, pentru orice număr real m $g(m)=2m+3$, pentru orice număr real m , deci $3m+2=2m+3$, de unde obținem $m=1$	2p 3p
3.	$4x-3=2-x$, de unde obținem $5x=5$ $x=1$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile Numerele n , din mulțimea A , pentru care numărul $2n+1$ aparține mulțimii A sunt 1, 2, 3 și 4, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{4}{9}$	2p 3p
5.	$AO=3$, $BO=4$ Cum triunghiul AOB este dreptunghic în O , obținem $\mathcal{A}_{\Delta AOB}=\frac{AO\cdot BO}{2}=6$	3p 2p
6.	$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)=\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\Leftrightarrow\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$1\circ 2=3\cdot 1\cdot 2-2(1+2-1)=$ $=6-4=2$	3p 2p
2.	$x\circ 1=3\cdot x\cdot 1-2(x+1-1)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x $1\circ x=3\cdot 1\cdot x-2(1+x-1)=3x-2x=x$, pentru orice număr real x , deci $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	2p 3p
3.	$(x\circ 2)+(x\circ 3)=4x-2+7x-4=11x-6$, pentru orice număr real x $11x-6=5$, de unde obținem $x=1$	3p 2p
4.	$(3n+1)\circ 1=3n+1$, pentru orice număr natural n $3n+1<7$, de unde obținem $n<2$ și, cum n este număr natural, rezultă $n=0$ și $n=1$	2p 3p
5.	$x\circ y=3xy-2x-2y+\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=3x\left(y-\frac{2}{3}\right)-2\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}=$ $=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p

6.	$x \circ \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \circ x = \frac{2}{3}$, pentru orice număr real x	3p
	$\left(\frac{1}{2} \circ \frac{2}{3}\right) \circ \left(\frac{3}{4} \circ \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3} \circ \left(\frac{3}{4} \circ \frac{4}{5}\right) = \frac{2}{3}$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(1) = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 0 - 1 \cdot (-1) =$	3p
	$= 0 + 1 = 1$	2p
2.	$I_2 + A(a-1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a-2 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} = A(a)$, pentru orice număr real a	2p
3.	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{vmatrix} = (a+1) \cdot (a-1) - 1 \cdot (-1) = a^2$, pentru orice număr real a	3p
	$a^2 = a$, de unde obținem $a = 0$ sau $a = 1$	2p
4.	$A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a+1 & -1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2+2a & -2a \\ 2a & a^2-2a \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	3p
	$\begin{pmatrix} a^2+2a & -2a \\ 2a & a^2-2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, de unde obținem $a = 2$	2p
5.	Inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$	3p
	$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$	2p
6.	$A(a) + I_2 = \begin{pmatrix} a+2 & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(a) + I_2) = a^2 + 2a + 1$, pentru orice număr real a	3p
	$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$, pentru orice număr real a	2p