

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{3} \cdot (2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 4 = 1$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 4x + 5} = 1$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, numărul n^2 să aparțină mulțimii A . |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$ și $B(7, -4)$. Arătați că $OA = OM$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 8$, $AC = 3$ și punctul M mijlocul segmentului AB . Arătați că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 12. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 5(x + y) + 15$. |
| 5p | 1. Arătați că $2 \circ 2 = 3$. |
| 5p | 2. Arătați că $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | 3. Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x \circ 4 \leq 1$. |
| 5p | 4. Arătați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(y - \frac{5}{2}\right) + \frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $n \circ \frac{1}{n}$ este număr natural. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(2)) = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $2A(3) - A(5) = I_2$. |
| 5p | 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a+1)) = 2a^2$. |
| 5p | 4. Arătați că $A(a) \cdot A(b) = A(ab)$, pentru orice numere reale a și b . |
| 5p | 5. Determinați inversa matricei $B = A(2) \cdot A(3)$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a)) = 4$. |

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3} \cdot (2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 4 = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4 =$ $= -3 + 4 = 1$	2p 3p
2.	$f(a) = 5a - 4$, pentru orice număr real a $5a - 4 = a$, de unde obținem $a = 1$	2p 3p
3.	$x^2 + 4x + 5 = 1$, de unde obținem $x^2 + 4x + 4 = 0$ $x = -2$, care convine	3p 2p
4.	Mulțimea A are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile Numerele n , din mulțimea A , pentru care numărul n^2 aparține mulțimii A sunt 0, 1, 2 și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	2p 3p
5.	Punctul $M(5,0)$ este mijlocul segmentului AB , de unde obținem $OM = 5$ $OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, deci $OA = OM$	3p 2p
6.	$AM = 4$ $MC = \sqrt{AM^2 + AC^2} = 5$, deci $P_{\triangle AMC} = AM + AC + MC = 12$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$2 \circ 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 - 5(2 + 2) + 15 =$ $= 8 - 20 + 15 = 3$	3p 2p
2.	$x \circ 3 = 2 \cdot x \cdot 3 - 5(x + 3) + 15 = 6x - 5x - 15 + 15 = x$, pentru orice număr real x $3 \circ x = 2 \cdot 3 \cdot x - 5(3 + x) + 15 = 6x - 15 - 5x + 15 = x$, pentru orice număr real x , deci $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”	2p 3p
3.	$x \circ 4 = 3x - 5$, pentru orice număr real x $3x - 5 \leq 1$, de unde obținem $x \leq 2$, deci $x \in (-\infty, 2]$	2p 3p
4.	$x \circ y = 2xy - 5x - 5y + \frac{25}{2} + \frac{5}{2} = 2x\left(y - \frac{5}{2}\right) - 5\left(y - \frac{5}{2}\right) + \frac{5}{2} =$ $= 2\left(x - \frac{5}{2}\right)\left(y - \frac{5}{2}\right) + \frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x și y	3p 2p
5.	$x \circ x = 2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$, pentru orice număr real x $2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} = x$, de unde obținem $2\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{5}{2}\right) = 0$, deci $x = \frac{5}{2}$ sau $x = 3$	2p 3p

6.	$n \circ \frac{1}{n} = 17 - 5n - \frac{5}{n}$, pentru orice număr natural nenul n	2p
	Cum $n \circ \frac{1}{n}$ și n sunt numere naturale, obținem $n = 1$, care convine și $n = 5$, care nu convine	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 0 \cdot 1 =$ $= 2 - 0 = 2$	3p 2p
2.	$2A(3) - A(5) = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$	3p 2p
3.	$\det(A(a+1)) = a+1$, pentru orice număr real a $a+1 = 2a^2$, de unde obținem $a = -\frac{1}{2}$ sau $a = 1$	3p 2p
4.	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 1 & a-1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b-1 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b-1+(a-1)b \\ 0 & ab \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1 & ab-1 \\ 0 & ab \end{pmatrix} = A(ab)$, pentru orice numere reale a și b	3p 2p
5.	$B = A(2) \cdot A(3) = A(6)$ $A(6) \cdot A\left(\frac{1}{6}\right) = A\left(\frac{1}{6}\right) \cdot A(6) = A(1) = I_2$, de unde obținem că inversa matricei B este matricea $A\left(\frac{1}{6}\right) = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{5}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$	2p 3p
6.	$\det(bA(a)) = ab^2$, pentru orice numere naturale a și b $ab^2 = 4$ și, cum a și b sunt numere naturale, obținem perechile $(1,2)$ și $(4,1)$	2p 3p